

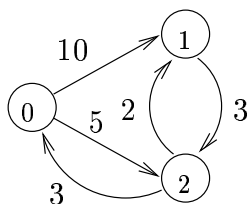
Opgave 2 (20%)

Dijkstra's enkelt-kilde korteste vej algoritme kræver $O((V + E) \log V)$ køretid (hvis implementeret med en binær hob) til at bestemme den korteste vej fra en kilde til enhver anden knude. Det er imidlertid nemmere at *checke* svaret end at finde det. I denne opgave betragter vi en orienteret, sammenhængende og vægtet graf (med ikke-negative vægte) $G = (V, E)$ med n knuder $V = \{v_0, v_1, \dots, v_{n-1}\}$ og vægtene $w(v_i, v_j)$.

Spørgsmål 2.1

Giv en algoritme med køretid $O(V + E)$, der givet G og en sekvens af afstande d_i med $0 \leq i \leq n - 1$, checker hvorvidt d_i er den korteste vej fra kilden v_0 til v_i .

For eksempel skal algoritmen på grafen nedenfor returnere "ja" for sekvensen af afstande $d = \langle 0, 7, 5 \rangle$, mens den skal returnere "nej" for $d = \langle 0, 8, 5 \rangle$ og for $d = \langle 0, 5, 5 \rangle$.



Spørgsmål 2.2

Argumenter for at din algoritme er korrekt. Det vil sige, vis at (a) hvis d_i 'erne er korrekte korteste vej værdier så returnerer din algoritme "ja", og (b) hvis d_i 'erne ikke er korrekte korteste vej værdier, så returnerer din algoritme "nej."